目からウロコの数学講座

中学関数編

ウロコ流関数　秘伝のワザを一挙公開！！

＜無料ダウンロード版＞

考える学習をすすめる会

学陽舎塾長 城内　貴夫-著

＝１時間目＝

２点を通る直線の式をめぐって

は・じ・め・に

関数は中３生にとって絶対に克服しなければならない単元です。なぜなら、総合テストでも高校入試でも必ず出題され、しかも**配点が20点前後を占める**からです。

なぜこんなに重要視されるのか？　それは、**関数には数学のいろいろな要素がふんだんに含まれているから**です。また、諸君がやがて学ぶことになる**高校数学では**、なんらかの形で関数がからむものが $\frac{2}{3}$ にのぼります。だから**関数の単元を克服しないかぎり、諸君の数学に未来はありません。**

さて、諸君の大半がいやがる関数も、**グラフを徹底的に利用すれば実はとても単純な単元**なのです。「グラフがあるから関数は嫌い！」という諸君、それではグラフ君がかわいそうですよ。

グラフ君は、$y = ax + b$ とか $y = ax^2$ という**わけのわからない関係式を目に見えるものにしてくれる強力な助っ人**なのですから。グラフ君がせっかく目に見えないものを目に見えるものに変えてくれたのに、諸君がそれをわかってあげられないだけなのです。「だから諸君が悪い。」と言っていてもはじまらないので、**ここでは一次関数に絞って**、グラフ君が諸君にわからせようとしていること**を私がグラフ君になりかわって**説明することにします。**グラフに弱い諸君、頑張ろう！**

※　大切な注意点

「**目からウロコ流**」とは、**グラフを徹底的に利用する方法**です。
中の注意を守り、ゆっくりと進めてください。**＝２時間目＝**以降、**その応用範囲の広さ**にきっと驚くはずです。

1.　２点を通る直線の式

いきなり問題。

（ 1, 3 ），（ 3, 7 ）の 2 点を通る直線の式を求めなさい。

この問題の解法（かいほう）は、３通りあります。

(1)【連立方程式流（れんりつほうていしきりゅう）】　諸君が中学で一番なじんだ方法。

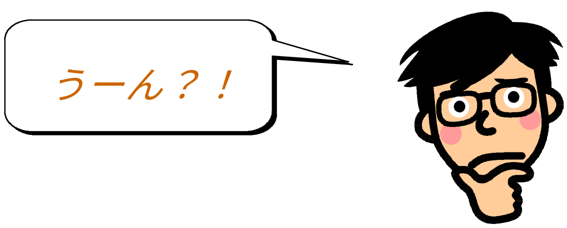
でも、**一番やってほしくない方法**。

直線の式を $y = ax + b$ とおき、

$x = 1,\ y = 3$ と $x = 3,\ y = 7$　を代入（だいにゅう）して

連立方程式を解（と）き、$a = 2,\ b = 1$　を求めて

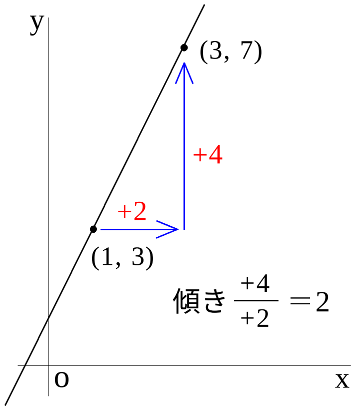
答え.　$y = 2x + 1$



なぜこの方法が私から見て最（もっと）もお勧（すす）めできないかといえば、関数を学ぶ目的（＝グラフを使いこなす）とまったく無縁（むえん）だからです。**高校数学でも**、この方法は使いません。

(2)【**一次方程式流**】　連立方程式流よりは良いが、どうせ**グラフを使うなら切片までグラフから出して欲しいもの。**
「不徹底！」

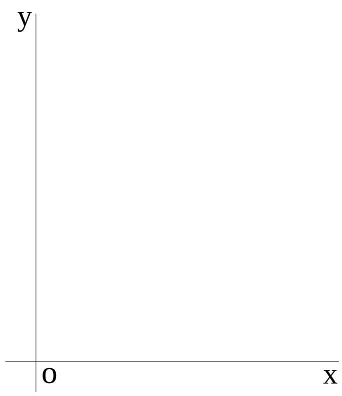
グラフを描いて傾きを求め、
(a ＝ 2)、
切片は y ＝ 2 x ＋ b として、
どちらかの点の座標を代入して求める。
(1, 3)なら　3 ＝ 2 × 1 ＋ b,
∴ b ＝ 1
答え.　y ＝ 2 x ＋ 1



(3)【**目からウロコ流**】　**傾きも切片も共にグラフから**求めてしまう。**これこそがグラフ君の望むところ。**だから徹底コーチ。

まず、**簡単流グラフの描き方**

① **定規を使わずフリーハンドで** x 軸と y 軸をかく。**大きさは大学ノート１ページの、$\frac{1}{4}$ 程度に大きく。**

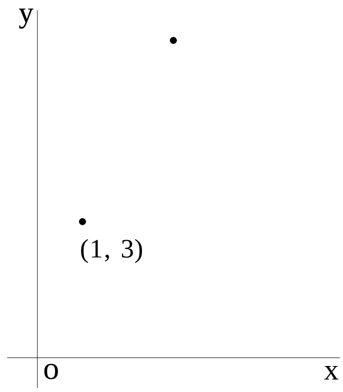


小さく描くと、あとから書き込みした場合ゴチャゴチャしてろくなことがないですよ。慣れたら、適切な大きさに変えればよいのですから。

② x 軸，y 軸に目盛りはふらないこと。

描いた範囲内で収まるように**目分量**で２点の座標をかきこむ。

多少の不正確さは数字をかきこむことでカバーできる。



③ ２点を直線で結ぶ。

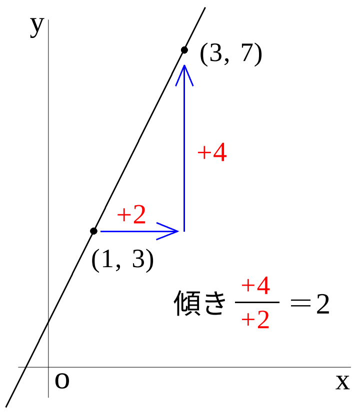
そして(1, 3)から(3, 7)の真下まで水平線を引き、そこから真上に(3, 7)まで垂直線を引く。

水平，垂直の増加量を書き入れる。

この場合は +2 と+4 になりますね。

ここから傾きが出ます。

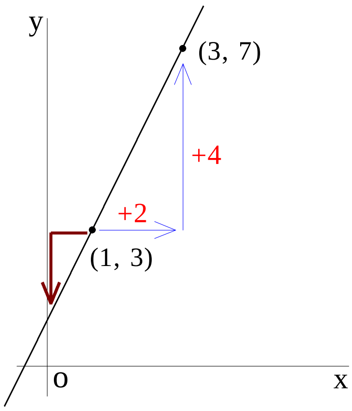
$\dfrac{+4}{+2} = 2$ です。



④ 次に切片も出してしまいます。

切片は直線と y 軸との交点の y 座標ですから(1, 3)から **y 軸まで**水平線で戻ります。

y 軸とぶつかったら、下に垂直線で降りてきて**切片でストップ**。



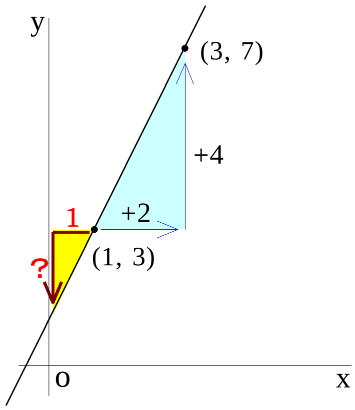
⑤　さて、(1, 3)をはさんで左右に 2 つの直角三角形ができましたね。

２つの三角形はもちろん相似です。

だから対応する辺の比は等しい。

(1, 3)から横 y 軸までの長さは 1。

そこから切片までの長さは？

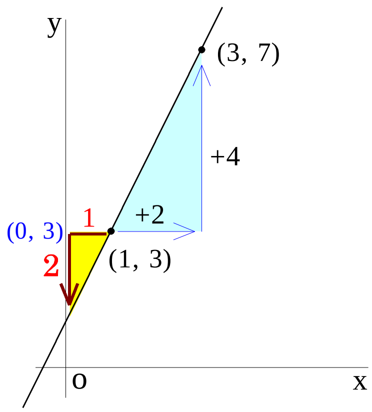


⑥　2 つの直角三角形を見比べればわかるでしょう。

左の横 1 は、右の横 2 の半分だから縦も半分のはずで 2。上の点の座標が (0, 3)なので、そこから下へ 2、

したがって

切片は 3 より 2 下の点で (0, 1) になります。



⑦　傾きと切片が出ました。

傾き 2,　切片 1 。　　**答え.**　$y = 2x + 1$

じっくりコーチしてきました。こんな方法は初めてですね。そう、**私のコーチを受けた人しか知らない方法です**。でも、だまされたと思って最初はゆっくり噛み締めながらこの手順を練習していってごらんなさい。

ノート 5 ページくらい練習すると、**【連立方程式流】の人と同じくらいの速さか、それより速くなります**。グラフも x 軸，y 軸に目盛りをふらなければ、かなり速く描けるのです。

この【ウロコ流】の良いところ

① **慣れればおそろしく速くなる**。

　そのうちに簡単なものは頭に描いたグラフで直線の式を出せるようになる。

② **総合テストや入試では**、**複合問題**になって、あらかじめグラフが描かれていて座標も記入されていることが多いので、それを利用して、すすっとできてしまうようになる。

　とことん慣れたら、横, 縦の増加量や横線, 縦線を目で追うだけになって、記入しなくなるので、あっというまにできるようになる。

③ **グラフをしょっちゅう描くことでグラフ君と親友になれ**、**斜めの変化をすべて横と縦の増加量に分解して考えるようになる**。

だって、x 軸は「**横に置いたものさし**」、y 軸は「**縦に置いたものさし**」なんですよ。

　だから**横の長さ**と**縦の長さ**しかわかるはずがないでしょう。

④ **この方法の応用範囲がとても広い**。やがて諸君はマスターしておいて良かったと思う日がくる。

　こんな、いいことだらけの【ウロコ流】なので、もう少し練習してみましょうね。

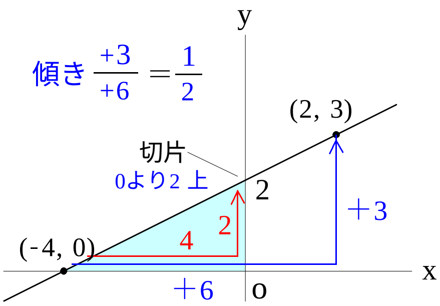
解説はグラフだけで。**解説と答えの部分は紙で隠して**からやりましょう。

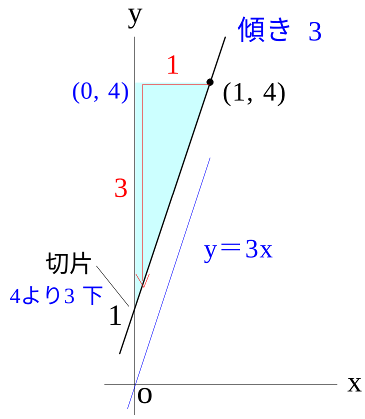
2． 例題１

(1) ２点（-4, 0）と（2, 3）を通る直線の式を求めなさい。

(2) 直線 $y = 3x$ に平行で，点（1, 4）を通る直線の式。

［ヒント］（2）**平行な直線は**、すべて**傾**(かたむ)**き**が等しい。





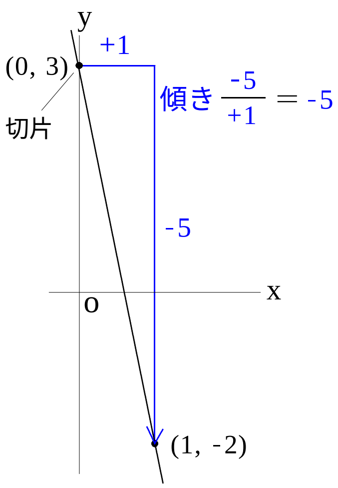
答え.　$y = \frac{1}{2}x + 2$

答え.　$y = 3x + 1$

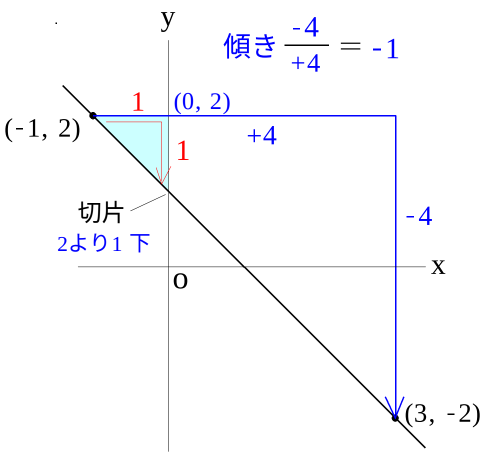
３．　例題２

(1)　切片が 3 で，　点(1, -2)を通る直線。

(2)　2 点(-1, 2)，　(3, -2)を通る直線。



答え.　　$y = -5x + 3$



答え.　$y = -\ x + 1$

4． 例題３

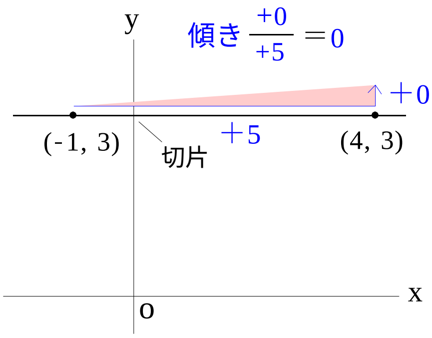
（1）2 点(-1, 3)，（4, 3)を通る直線。

（2）傾き 45° で，切片が 2 である直線。

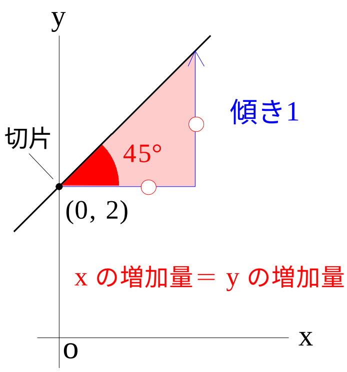
[ヒント]

（1）**水平線は**傾き 0。

（2）**傾き 45° とは**、図に描けば直角二等辺三角形ができるね。



答え． y ＝ 3



答え． y ＝ x ＋ 2

５． 例題４　複合(ふくごう)問題にチャレンジ

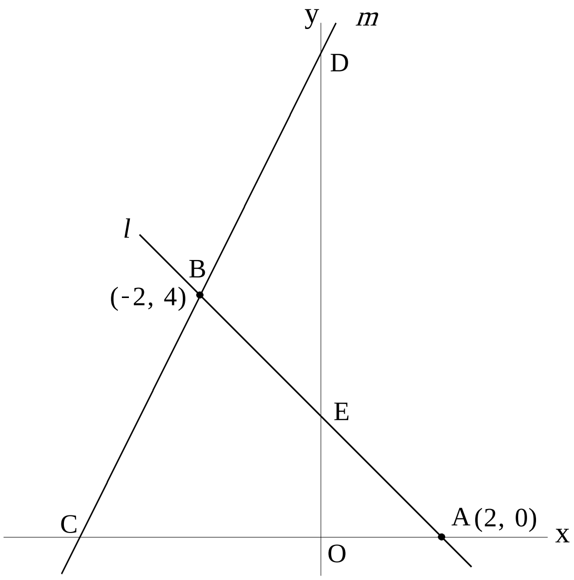
下の図のような 2 直線 l，m がある。直線 l は，2 点 A, B を通り y 軸と点 E で交わる。また, 直線 m は, 傾き 2 で点 B を通り, x 軸と点 C，y 軸と点 D で交わる。このとき，次の問いに答えよ。

（京都府）

（1）点 C の座標を求めよ。

（2）△ BED の面積(めんせき)は，△ OAE の面積の何倍(なんばい)か。

（3）点 B を通り, △ BED の面積を 2 等分(とうぶん)する直線の式を求めよ。



解説・解答は次ページから。

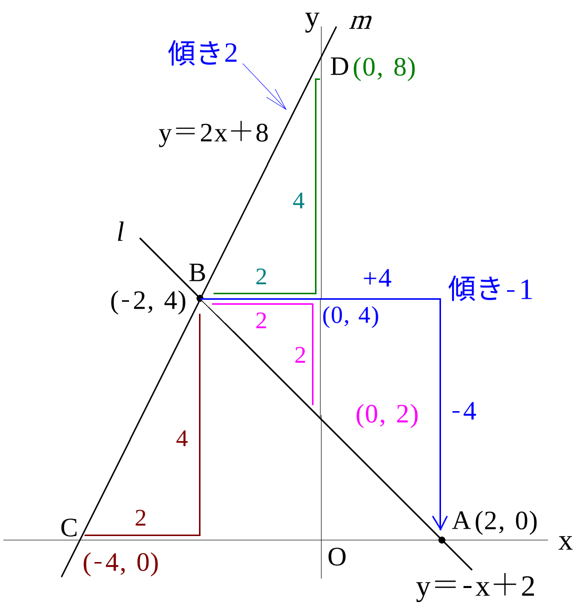
例題４の解説・解答

このような複合グラフ問題のときは、**それぞれの点の座標**や**直線の式**を**わかる限**(かぎ)**り先**(さき)**に出して**おいた方があとを考えやすい。

これは、問題できかれているかどうかと関係ありません。どうせ問題を解くのに必要なはずですから。

このとき、諸君が訓練(くんれん)**してきたことが大いに役立**(やくだ)**つのです。それぞれの点の座標は横・縦の長さでほとんど出てしまいます。**

※ **２直線の交点の座標だけは**連立方程式を使わなければだせません。
このことだけは要注意！



（1）点 C の座標。

直線 m の傾きが 2 だから、グラフより $\underline{(-4,\ 0)}$

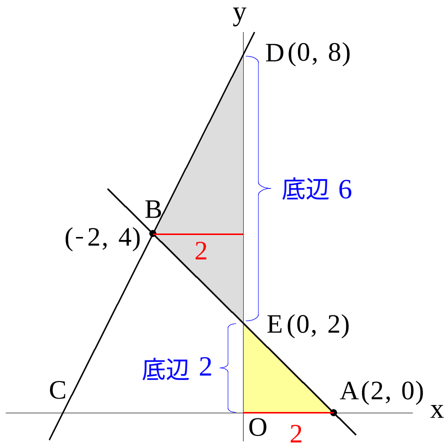
（2）△ BED と△ OAE は、それぞれ DE, OE を底辺(ていへん)と見た場合、**高(たか)さは** 2 で同じ。

だから**面積の比(ひ)は底辺の比**になる。

DE ＝ 6,　OE ＝ 2 なので

DE ＝ 3OE

∴　△ BED ＝ 3 △ OAE



答え.　　3 倍

※　**このように、「面積が何倍か？」ときかれている場合(ばあい)**、そのほとんどが**底辺と高さの比を組(く)み合(あ)わせれば**簡単に出てしまうものが多い。

ところが、ほとんどの解説書は馬鹿(ばか)正直(しょうじき)に面積を計算してから何倍かを出している。**工夫(くふう)**が無(な)いこと、このうえない。

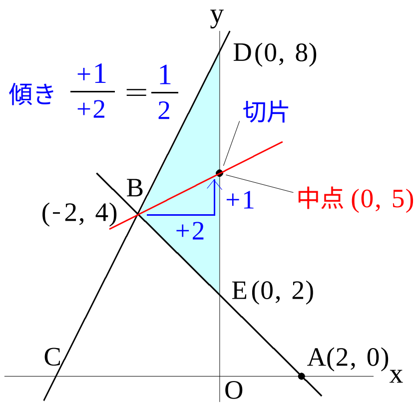
（3）**面積を 2 等分する直線の式を出させる問題**は、グラフがからんだ面積問題では**出題の確率がとても高い**。

1 つの頂点からの直線ならその**対辺**(向かい側辺)**の中点**と結べば、それが面積の 2 等分線になる。(**高さが変わらず、底辺が等しくなるから**)

グラフで DE の中点は(0, 5)だから、

(-2, 4)との 2 点を通る直線は

$$y = \frac{1}{2}x + 5$$



以上で=中学関数１時間目=は終了です。じっくりと**目で**考え、**手で**考え、１つ１つの事柄が理解できましたか？

ウロコメソッドでは、どんなことでも単純に考え、単純に処理します。ここで諸君が身につけた方法で、ほとんどの関数問題が実にスピーディーに解けてしまうのです。**これはすごい「武器」です**。

早く腕試しをしたいでしょう？　=２時間目=, =３時間目=, =４時間目= で、たっぷりさせてあげます。

※　無料ＤＬ版はここまでです。続きは有料版をごらんください。