

目からウロコの数学講座シリーズ

トップレベルの**数学的感性**が身につく理想のテキスト！

驚きの計算ミスゼロ作戦

< 中学2年 >



(撮影 城内貴夫)

もはや「ミス」とは言わせない！ **意味を感じる計算学習**

考える学習をすすめる会
学陽舎塾長 城内 貴夫 著

考える学習をすすめる会

<http://www.kangaeru.org>

なぜ「計算ミス」が多発するのか？

「**驚**きの**計算ミス**ゼロ**作戦**」という、とんでもないタイトルの**教材**を執筆するきっかけとなったのは、**考える学習**をすすめる会のホームページにある**勉強** **応援** **掲示板**に寄せられる**数学**の**相談**事で「**どうしたら計算ミス**をなくすることができるのか？」という**質問**が多いことからでした。

ところが、**私**から**見る**と**計算ミス**というのは**めったに起こるものではありません**。**ミス**というのは、例えば**疲**れているとき、あるいは**上**の空で計算していて、 $2 \times 3 = 5$ とやってしまったような場合です。冷静なときなら $2 \times 3 = 6$ ですね。このようなとき以外**それはミス**ではなく、あなた自身の**注意力**不足というよりは**数学的感性**の不足、端的に言えば「**実力** **不足**」なのです。まず**素直**にこのことを認めましょう。

計算では、中2で習うのは【**式の計算**】と【**連立方程式**】の2つが主要なもので、**一次関数**・**図形**・**確率**に少しの計算が出てくるだけです。その意味では中1・中3とくらべて**計算分野**で学ぶことは少ないと言えます。重点は**一次関数**と**図形**です。一次関数と図形については別の関数シリーズ、図形シリーズで独立させました。ここでは【**式の計算**】と【**連立方程式**】を中心に扱います。

本シリーズは、「計算『ミス』」という言い方を許さなくするために、すなわち「計算『ミス』をゼロにする」にはどうすれば良いのかをわかっていたために書かれました。しっかり**感じる計算**ができるようにしましょう。

目次

第1章 式の計算

... 1年範囲の「文字の式をやや複雑な形」まで広げただけ

はじめに P 1

§1式の加法・減法 P 2

§2単項式の乗法・除法 P 5

§3等式の変形 P 9

第2章 連立方程式

P13

...加減法・代入法の意味を理解しよう！

第3章 一次関数 (略)

P23

...中学数学では、数学的感覚を養う宝庫

第4章 図形関係の計算

...図を楽しみ、頭脳を柔軟に！

§1平行線・三角形関係の角度問題 P24

第5章 確率(大幅加筆, 但し上級者限定)

P30

...場合分けや樹形図で1つ1つを数えることを知ろう！

第5章 確率

場合分けや樹形図で1つ1つを数えることを知ろう！
大幅増補…但し、危険なため、上級者限定

はじめに

本書初版本では下記のように書いて、確率の単元を省略しました。

ただし、中学範囲では確率特有の計算はありません。本書「計算編」ではとばすことにします。

中学範囲の確率内容は、すべて「樹形図」を使って書き出せば解けるものばかりで、**独特な計算方法を用いる方法はカットされていた**からです。

とはいえ、確率の解説を望む声が多くなり届き、樹形図の方法は本書には馴染まずに苦慮していました。

その後、ウロコ先生の頼りになる相棒、**KAZU先生**が

「教科書完全マスターシリーズ **あしたの数学! 中2 確率**」

(http://kangaeru.org/math_for_tomorrow.html)

…一部**見本**は <http://kangaeru.org/dlt-toshokan.html> で**閲覧可能**

を書かれ、**樹形図による方法**の解説は万全になりました。そうすると、ここでの補充は必要なくなります。

ただ、普通の公立中学のテストや、公立高校入試問題では樹形図で解ける問題に限り出題されるものの、“樹形図法では時間がかかってやりきれない。計算で解けば速いのにな！”という問題が多量に存在することは確か。また**私立難関高校の入試問題**などには、“特殊法を知らなければ時間切れに直面す

る” というような問題もあります。

樹形図で場合の数を数え上げていくのは確率の**基本中の基本**で、これで解けない問題はないし、場合の数を問題にする確率では、樹形図法がマスターできていなければ困るのです。

KAZU先生の確率テキストができたのを機会に、本書では上級編として、**高校で習う方法**を紹介します。これはある意味では中学数学の裏技に属するもの、**樹形図法をまだ完全にマスターしていない人は読まないでください**。また、樹形図法をマスターできた人でも、**本書を読んで途中で頭がゴチャゴチャしてきた人は、そこで読むのを中止して基本の樹形図法だけに戻ってください**。

その意味で、初級～上級までを網羅するウロコ先生のテキストの中で、確率の本章だけは初級者には**猛毒になる可能性があり、良薬になるのは上級者に対してだけの危険な内容**です。

以上が、この単元の解説にあたって長々と「はじめに」の注意書きを付した理由です。

ではここから先は
上級者のみ**えつらん**閲覧を！



確率の求め方

$$\text{ある事柄が起こる確率} = \frac{\text{ある事柄が起こる場合の数}}{\text{起こり得るすべての場合の数}}$$

確率の基本的な意味については

KAZU先生の「あしたの数学！ 中2 確率」を参照！

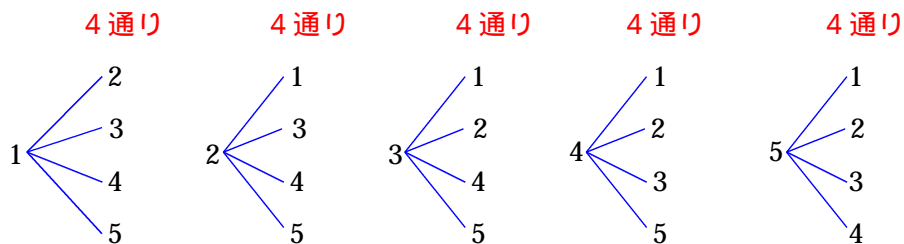
ということで、分母にも分子にも「・・・の場合の数」という言葉が出てきます。ですから「・・・が起こる場合の数」を求めることができれば、確率というのは単純たんじゆんです。

〔例題〕

1, 2, 3, 4, 5の5つの数字を1つずつ記入した5枚のカードがある。このカードから2枚を取り出して2桁の数字をつくる。このとき、できた整数が偶数になる確率を求めなさい。

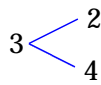
基本樹形図法

まず分母に当たる、5つの数字から2つを取り出して何通りの数字ができるのかを、樹形図を使って求める。十の位くらい一の位の数字にとっていけばよい。



これで4通り × 5 = 20通り

次に分子の、その2桁^{けた}の数字が偶数になる場合の数は



これで $2 \times 3 + 2 = 8$ 通り

$$\begin{aligned} \text{よって、求める確率} &= \frac{8}{20} \\ &= \frac{2}{5} \quad \text{と出ます。} \end{aligned}$$

順列理屈法^{じゅんれつ}

このような、ある意味規則正しい数字の並び方を問題にしているような場合には、樹形図に慣れた段階ではそろそろ“ここに何かの規則性があるのではないのか？”って考えてみたくなりませんか？

そう、あるんです。そうすると樹形図をかかなくて、理屈^{りくつ}から式を立てて計算で答えを求めることができるようになります。

その理屈とは・・・今かいた樹形図をもう一度よく観察してくださいね、理屈は自分で気づくことが大切です。

OK かな？

分母・・・5つの数字から2桁の数字は何通り作れるか？

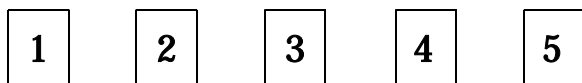
樹形図では十のくらいから書き出し、そこには1～5までの数字を当てはめたから、結局5通りの樹形図が必要になったわけですね。

そしてそれぞれの樹形図で、一の位に書いた数字は、十の位で使った数字以外の4通りの数字が書き出せたわけです。

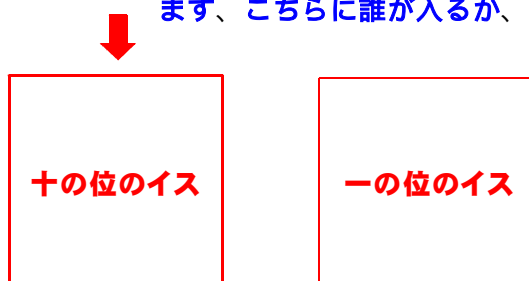
結局、4通りずつの樹形図が5つできたから4通り×5＝20通り。これをまとめると、**十の位に入る数字は5通り**(1～5)、そしてその1

つ1つの場合につき、**一の位は**4通り(5つの数字から十の位で使った数字を抜いた5 - 1通り)。

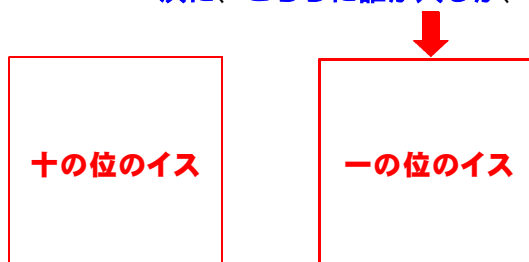
では、こう考えてもいいんじゃないか？



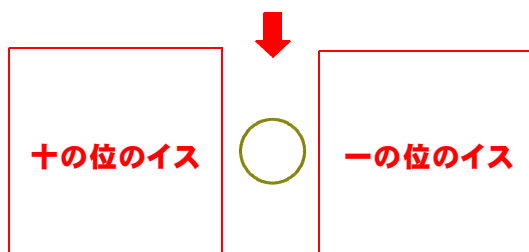
まず、こちらに誰が入るか、何通りあるのかな？



次に、こちらに誰が入るか、何通りあるのかな？



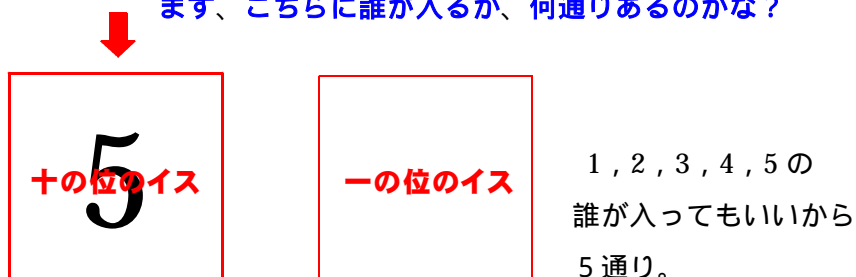
そして、ここは何算にしたらいいのかな？



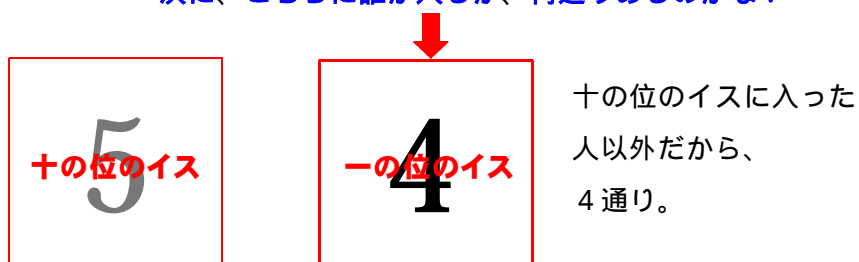
考えた結果・・・結論！



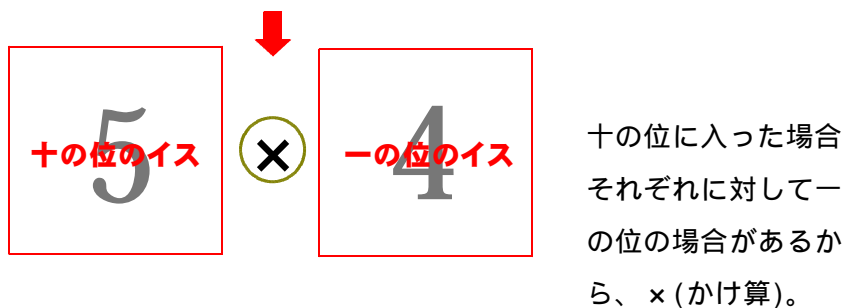
まず、こちらに誰が入るか、何通りあるのかな？



次に、こちらに誰が入るか、何通りあるのかな？



そして、ここは何算にしたらいいのかな？



つまり 5 × 4 通りがぱっと出ます。

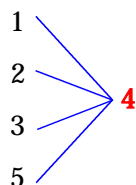
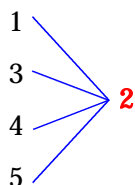
分子・・・5つの数字から2桁の偶数は何通り作れるか？

樹形図ではちょっと苦労しましたね(してないか?)。言葉に注意すると、「**偶数**」って条件がついています。つまり無差別な数字ではなく、その数字に^{げんてい}限定を加えているのです。

では偶数ってなに？ **一の位の数字**が0, 2, 4, 6, 8になっている数字。十や百の位の数字は何でもよい。

あその樹形図は・・・じつはあまり上手な樹形図ではなかったのです。だって条件付けられていない、つまりなんでもよい十の位の数字から始めたから。

このようにした方が無駄がない・・・条件付けられた**一の位の数字**から始める。



ね！

4通り × 2

これを理屈流にすると、

$$\boxed{4} \times \boxed{2} \text{ ができあがります。}$$

十の位 **一の位**

右の数字以外 2か4の**2通り**

このように考えると、式は次のようになります。

$$\text{求める確率} = \frac{\cancel{4} \times 2}{5 \times \cancel{4}} = \frac{2}{5} \quad \text{式のままの方が約分がラク}$$

場合の数…(1) 順列

ということで、確率では分母も分子も「**その起こり得る場合の数**」が問題になっているのです。

ですから、いろいろな場合の場合の数を如何に速く求められるかが、時間勝負になります。そのさい、**樹形図(or 表)をかかなければならないもの**と、**計算で出せるもの**の**2種類**があります。両者織り交ぜながら、ここでは問題を解きながら、計算で出せるものは計算で出していく方法をとります(なるべく樹形図法でもやりますが)。

[類 題 1] ...^{まぎ}紛らわしい

0, 1, 2, 3, 4の5つの数字を1つずつ記入した5枚のカードがある。このカードから2枚を取り出して3桁の数字をつくる。

このとき、次の各問に答えなさい。

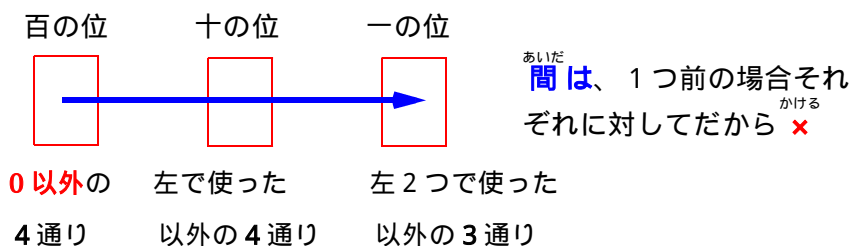
- (1) 3桁の数字はいくつできるか。
- (2) 偶数はいくつできるか。
- (3) 奇数はいくつできるか。
- (4) 230よりも大きい数字はいくつできるか。
- (5) できた3桁の数字が奇数である確率を求めなさい。

解説・解答

先の例題と違うところは、与えられた数字から 5 が抜けて、0 が加わったことです。場合の数や確率の数字の問題で 0 が登場するときはちょっと(かなり)注意を要します。

(1) 0, 1, 2, 3, 4

3桁の数字だから、



$$4 \times 4 \times 3 = \underline{48 \text{ 通り}}$$

(2) 偶数はいくつできるか。

簡単なようだけど、じつは 0 という曲者のために落とし穴が待っている。・・・0君の処遇が問題！(0がなければラク)

〔問題点〕

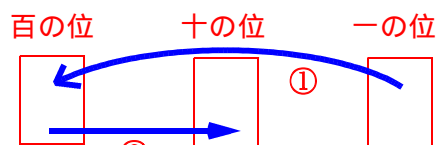
「偶数」という条件から、一の位から見ていく流れだが、その一の位に0を使った場合には百の位と十の位に0は使わないので問題は起きない。

一の位に0を使わなかった場合には、0をどこで使うかが問題 先頭の百の位では使えない。

だから、2つに場合分けしてそのどちらでもよいから2つの各場合を足すしかない。

ほうしん
方針決定！

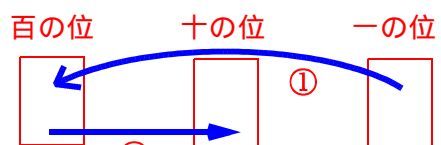
) 一の位に 0 を使ったとき



百の位 十の位 一の位
 0 以外 0 と左以外 「0」の
 4 通り 3 通り 1 通り
 $1 \times 4 \times 3 = 12$ 通り

あいだ
 間は、1つ前の場合それ
 ぞれに対してだから \times
かける

) 一の位が 2 か 4 のとき



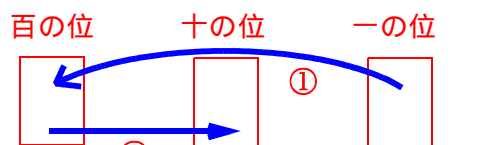
百の位 十の位 一の位
 0 以外 右と左以外 「2or4」の
 3 通り 3 通り 2 通り
 $2 \times 3 \times 3 = 18$ 通り

間は、1つ前の場合それ
 ぞれに対してだから \times

)と)から、 $12 + 18 = \underline{30}$ 通り

(3) 奇数はいくつできるか。

もう要領ようりょうがわかりかけているでしょ。「奇数」という条件だから
 一の位の数字から考えて、ここに 0 は使わない。そしてその 0 は
 百の位でも使えないから、使えるのは十の位でだけ。



百の位 十の位 一の位
 0 以外 右と左以外 「1,3」の
 3 通り 3 通り 2 通り
 $2 \times 3 \times 3 = \underline{18}$ 通り

間は、1つ前の場合それ
 ぞれに対してだから \times

〔別解〕

全ての数は奇数か偶数かのどちらか。(1)で全ての^{すべ}場合を求め、
(2)で偶数の数を求めてあるのだから、

(3)の奇数は **全体 - 偶数** で求められる。

(1)と(2)より、 $48 - 30 = 18$ が最も要領がよい。

(4) 230 よりも大きい数字はいくつできるか。

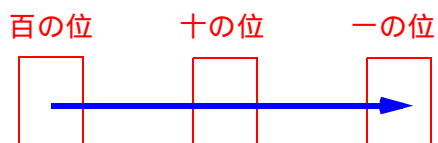
このような問題に^{たいしよ}対処できるのが本当の実力。誰がやっても^{じみち}地道に場合を分けて考えていくしかないのだ。何でもすぐに立式できて、計算すれば答えが出せるようなインスタント問題ばかりとは限らない。

「230 より大きい」ということは、**場合分けしていくと百の位の数字**が最低でも2である必要がある。ここが3か4であれば十以下の位にどんな数字がどのように並ぼうが関係ない。

ところが**百の位が2**であるときには**十の位の数字の配列**が関係してくる。だから百の位が2である場合と3 or 4である場合を分けて考えなければならないことになる。このようなことを書き出して気づくのが「場合の処理」単元を学ぶ目的。

ということで、2つの場合分け。

) **百の位の数字が3または4のとき**

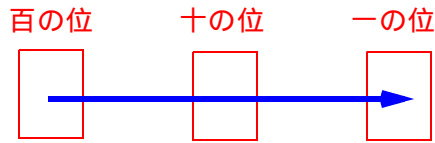


間は、1つ前の場合それぞれに対してだから ×

3or4の 左以外の 左の2つ以外
2通り 4通り 3通り

$$2 \times 4 \times 3 = \underline{24} \text{ 通り}$$

) **百の位の数字が2のとき**



間は、1つ前の場合それぞれに対してだから ×

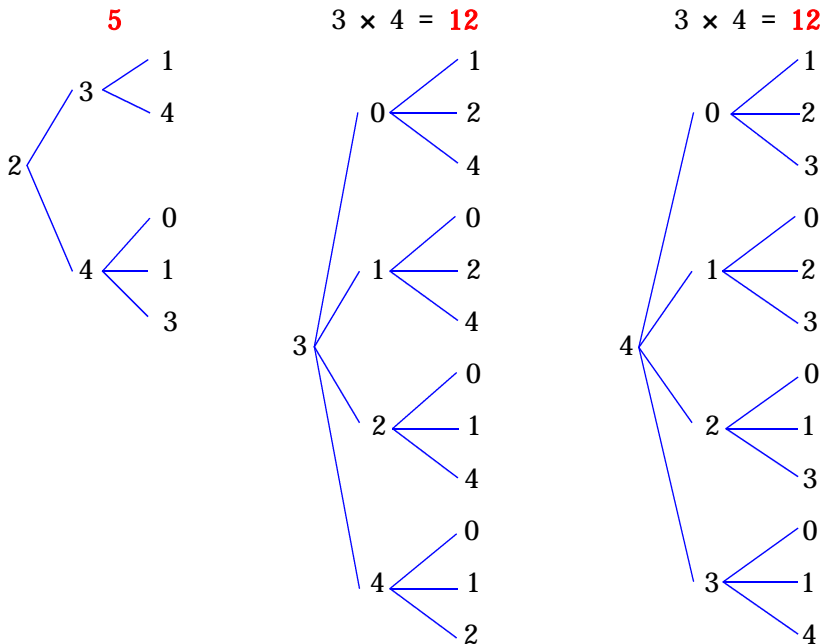
2 3 1 or 4 ... 0 がダメ
1 通り 1 通り 2 通り
 $1 \times 1 \times 2 = 2$ 通り

2 4 0, 1 or 3
1 通り 1 通り 3 通り
 $1 \times 1 \times 3 = 3$ 通り
 $2 + 3 = 5$ 通り

) ,)より、 $24 + 5 = \underline{29}$ 通り

〔樹形図法〕

上のように場合分けして、その中で「OK のものの場合がそれぞれ何通りあるか？」を考え、そして立式するのは“めんどうだ~！”と感じた人がいるかもしれない。**だが樹形図でやると・・・**



どちらの方がラクと感じるかは、キミ次第だ！

(5) できた3桁の数字が奇数である確率を求めなさい。

これは、全ての数の個数と奇数の個数がすでに求めてあるので、それを使えばよいからラク。

$$(1) \text{と} (3) \text{より、求める確率} = \frac{18}{48} = \frac{3}{8}$$

〔 類 題 2 〕

男子3人，女子2人を一列に並べる。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 並べ方は全部で何通りあるか。
- (2) 両端に男子が来る並べ方は何通りあるか。
- (3) 女子二人が隣り合う並び方は何通りあるか。
- (4) 男・女・男・女・男，と並ぶ確率を求めなさい。

無料版でのご紹介はここまでです。
有料版ではまだまだ面白い問題・解法が続きます。