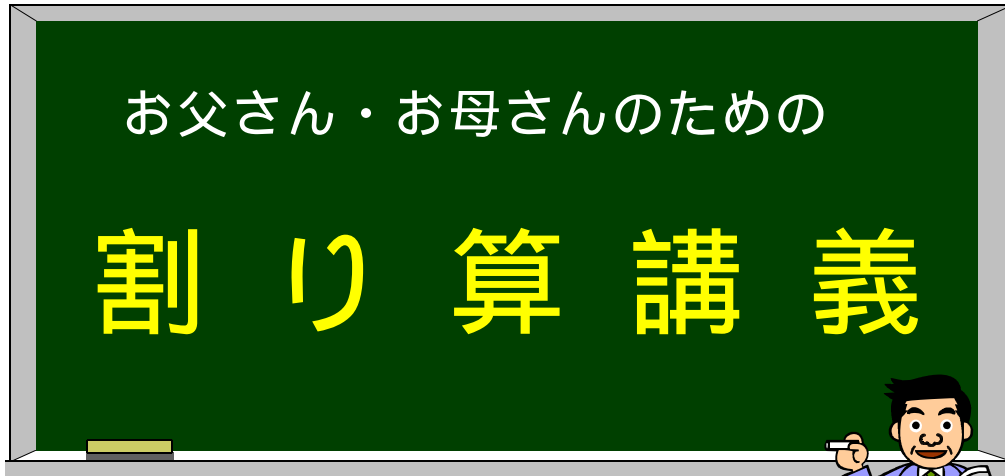
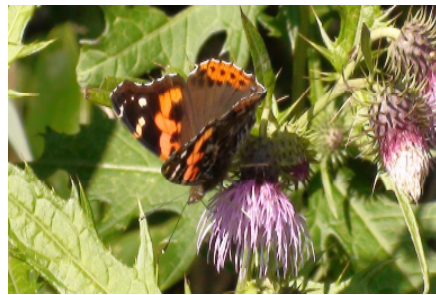


ご父兄専用 特別テキスト



お子さんに「割り算の意味」を聞かれて...
答えられますか？

小6～中学生レベル
高校生・大人にも好適



<無料ダウンロード版>

考える学習をすすめる会
学陽舎塾長 城内 貴夫 著

考える学習をすすめる会

<http://www.kangaeru.org>

は・じ・め・に

割り算にはいくつの意味があるかご存知ですか？ えっ、“そんなこと考えたことがない！”ですって!?

学者さんのように細かく分類していけばそれこそきりがないかもしれません。私は、「**3つの意味**」が明確に区別されていれば、それでよいと考えています。本書でそれを明らかにします。

本書は子どもたちのための割り算講義ではなく、タイトルどおり**にお父さん・お母さんのための割り算講義**です。

“**どうして今さら？**”

・・・いえいえ、小学生のお子さんをお持ちなら、いずれお子さんに割り算についてきかれることがあるでしょう。

“ねえねえ、 $6 \div \frac{2}{3}$ ってどういう意味？
6を $\frac{2}{3}$ に分けるって・・・どうということ？”

“ねえねえ、分数での割り算って、「割る数の逆数をかければいい」って教わったけど、どうしてなの？

$6 \div \frac{2}{3}$ がどうして $6 \times \frac{3}{2}$ になるの？”

こんなとき親子で一緒に考えられれば、もっと楽しくなりますね。“お父さんすご~い！”とか、“お母さん、すご~い！”なんて尊敬の眼差しを向けられるかもしれません。昔を思い出しながら、さぁ一緒にいかがですか？

目次

第1講 割り算の表すモノ	... 1
その1 ... 「等分除」・「包含除」	
§1 問題	... 1
§2 包含除	... 2
§3 等分除	... 2
§4 結局	... 4
第2講 ちょっと戻って	... 6
・・・数字って案外難しいんだよ	
§1 数の実感 - その1 実感できない数	... 6
§2 数の実感 - その2 実感できる数	... 8
§3 数の実感 - その3 単位の重要性	... 9
第3講 割り算の表すモノ - その2	...13
§1 序	...13
§2 単位をつけた計算再び	...14
§3【きっかけ問題】からわかること	...20
第4講 結局、割り算とは!?	...25
・・・「単位量あたりの」, 「かけ算の逆」	
1 . まとめ	...25
2 . 割り算, 分数、例いろいろ	...27
附記1 “割合, 比” について	...36
附記2 時間・距離・速さについて	...39

第1講 割り算の表すモノ

その1 ... 「等分除」・「包含除」

§ 1 問題

“ おい、 $10 \div 2 = 5$ って
どんなことを表しているのか？ ”

こうきくと、高校生や大人でもほとんどの人は

“ 10 を 2 つに分けたら 5 になる ”

って答えますよね。

きわめて**不正確な言い方**であると同時に、**この割り算が意味することを**^{もうら}網羅してはいません。反射的に小学校低学年で学んだことが出てきてしまうようです。

でも、**正確に思い出せるのなら、**

3・4年生で学んだ割り算では2つの使い分けをしていたはずです。

小学生のときはもっと**具体物**で考えました。

(1) 10 個の^{あめだま}飴玉を**2個ずつ**等しく分けていくと、
どうなりますか？

(2) 10 個の飴玉を**2つのグループ**に等しく分けます。
どうなりますか？



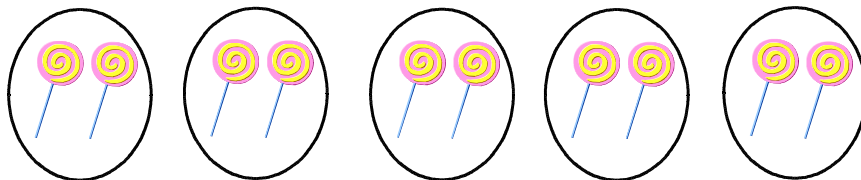
(1)と(2)では答えが違います。

§ 2 ほうがんじょ 包含除

[(1)の解説]

全部で 10 個ある飴玉を 2 個, 2 個, . . . と分けていくと。
これは何をしよう(求めよう)としているのでしょうか？

現れたものは

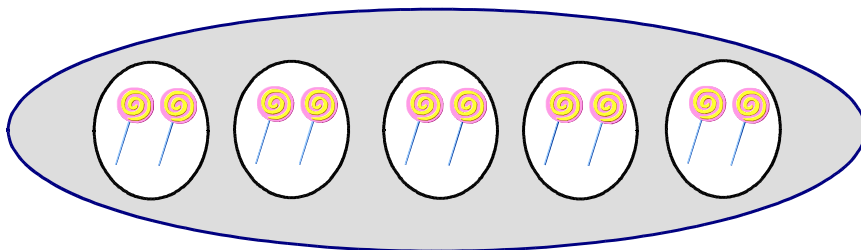


“(飴玉を 2 個ずつ含む) 5 つの **かたまり** ! ”

飴玉の個数ではなく、2 個ずつ等しく分けたときにできる **グループ数** になりました。この意味の割り算を ほうがんじょ **包含除** と呼んでいます。固まり(グループ数)を出したのに包含(含む)という名がついているのは、変だと思いませんか？

イメージをちょっと戻してみましよう。このように 5 グループに分けることができたということは

10 個 2 個 × 5 を **包含** していた



「 10 個(全体量)が 2 個ずつの固まりを 5 グループぶん(2 個の 5 倍)だけ包含していた(包み込んでいた) 」ということになります。

(1) は 10 個 ÷ 2 個 = 5 (グループ)

10 個 = 2 個 × 5

包 含 除

“ 2 個ずつ何回引けるか？ ” という引き算になじみやすいです。

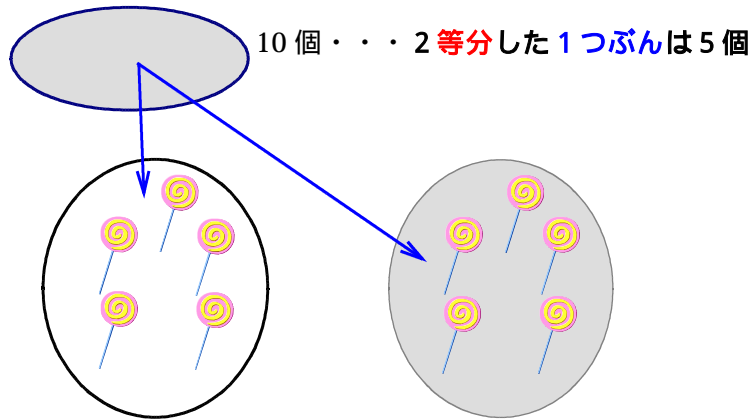
§ 3 とうぶんじょ 等分除

[(2)の解説]

全部で 10 個ある飴玉を 2 個ずつではなく、「2 つかたまりに等しく分ける」ということですね。

これは何を出そう(求めよう)としているのでしょうか？

現れたものは



“ 1 つかたまりに入っている飴玉が 5 つ ! ”

飴玉の個数、それも 1 つのグループ当たりに入る個数になりました。

全体量の 10 個を 2 グループ(かたまり)に等しく分けたら、1 グループ(かたまり)に幾つ入るか、つまり 10 個を 2 等分したら 1 つぶんは幾つを求めているので、これを とうぶんじょ 等分除と呼んでいます。

$$(2) \text{ は } 10 \text{ 個} \div 2(\text{グループ}) = 5 \text{ 個}^{\text{まい}} / (1 \text{ グループ})$$

等 分 除

「包含除と等分除の違い」、完全に感じ取ってくださいね！

§ 4 結局 . . .

単位をつけると、このように**意味の違い**がハッキリします。

(1) は「**2 個ずつ等しく分けていく**と**いくつのグループができるか**」、つまり「全体の 10 個は 2 個ずつをいくつ**包み含んでいるか**」と
いうことで **包含除**、

(2) は「全体の 10 個を **2 つのグループに等分したら** **1 グループ**(か
たまり)に**何個の飴が入るか**」という**こと**で**等分除**

と言っています。

『除』は**除法(わりざん)**の除です。

具体物で考える限り、**割り算の意味** が変わってくるのです。

ここまでが**小学校 3・4 年生で習う割り算の 2 つの意味**です。

この単位を**はず**して、数字だけという**完全な抽象物**で考えるようにしたのが $10 \div 5 = 2$ です。

具体物で考えてはいないので、**この割り算の意味**が「等分除」なのか「包含除」なのかは**確定できません**。

等分除かもしれないし、包含除かもしれない。あるいは**どちらでもない第三の意味**なのかもしれない。 . . . (思わせぶりの意味深) 🤔

要するに、「 $10 \div 5$ の意味」は、ここまでの知識ではわかりません。したがって、その計算結果の「 $= 2$ の意味」もわからない。

“ 意味なんかわかんなくてもいいや!?”

ってのも立派な見解ですよ。

単位が付かないまま「考える」というのは、低学年の子にはイメージできなくて**つらい**ことのはずです。



で・・・**小6**になって

“ 少しは抽 ちゅうしやう 象 しこう 思考ができるようになったら ”

という判断の下、

第3の意味 がやっと登場します。

ところがこれの扱い方が・・・

第2講 ちょっと戻って

・・・数字って案外難しいんだよ！

§ 1 数の実感 - その1 実感できない数

第1講でいきなり等分除^{とうぶんじょ}、包含除^{ほうがんじょ}なんて言葉を持ち出しましたが、ここでその考えのもとになった「数字」という^{えたい}得体の知れないモノについてあらためて考えてみませんか。

大人にとっては当たり前のことであっても、子どもにとっては当たり前ではないことってたくさんありますよね。この講座も、タイトルはどうであれ、結局はお父さん・お母さんのお子さんが割り算に強くなってもらうようにするための、お父さん・お母さん向けなんです。

子どもの段階では何が難しいのか？

“わかっておいてあげなければ子どもがかわいそうだ”ということを知っておくのも、コーチ役としては大切なことです。第3の意味に行く前に、子どものためにおつき合いくださいませ。

数学は「数(数字)」を扱う学問(勉強)です。数量感覚が無ければどうしようもありません。ところが、「数」って案外難しいと思いませんか？

“数ってな～に？” って質問されたら、

“ほら、1とか2, 3, 4, ……って続く、

あのことだよ。”

いえいえ、これでは説明になっていません。例を出しただけです。その後に、“～(例)のように、……のことだよ。”という言葉がつかなければダメです(って、これ以上は深入りなのでカット)。

子どもにとって、数には「**実感できる数**」と「**実感できない数**」の2種類があると思うのです。こんな当たり前のことが意識されていないのは、今主流の算数学習の盲点かもしれません。

$$\begin{array}{c} 5 - 3 = 2 \\ 5 \times 3 = 15 \\ 10 \div 2 = 5 \end{array}$$

これは何を、どんなことを意味しているんでしょう？

“ 5 ってなあに？ , 3 ってなあに？ ,
5 - 3 ってなあに？ ,
その答えがどうして 2 になるの？ ”

こんな質問をされたら、**お父さん・お母さん**はどう答えますか？

私がもしそんな質問をされたら**即答**します。

“ う～ん、**難しすぎて先生にもわからん。**

許せ！ ”

本当に**わからないものはわからない**ので、仕方ありません。

不思議なもので、機械的に計算できている子が、**私のこの返事**にびっくりしています。

中には

“ 先生、**たいしたことないなあ！ ”**

なんて言うおませさんも出現

§ 2 数の実感 - その 2 実感できる数

でも、その説明の仕方はあるんです。

“ 5 - 3 はわからんけどね、次のような形なら、先生にもわかるよ。

例えばね、

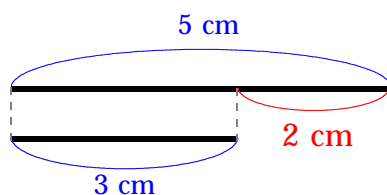
5 cm - 3 cm とか 5 g - 3 g や 5 cm × 3 5 cm × 3 cm
ならわかるよ ”

って。

子どもたちが実感できる数って何でしょう？

それは**単位がついた数字**なのではないでしょうか。

5 cm の長さを定規で作図し、そこから 3 cm の長さを取った場合、
残りは何 cm になるか？



絵を描けば(作図すれば)目で確かめられますね。

このように、「長さ」や「広さ」、「重さ」や「かさ(容積)」、「時間」など、
五感を通じて感じ取れる数字の大きさが「**実感できる数**」であり、ほとんど皆
「**単位**」が付いています。

しかし、それでは数字の使える場面が限定されて不便です。
だから**単位をとって抽象化^{ちゅうしょうか}した数字**が**単位の無い数字**です。
でもこうなると、それは「**実感できない数**」に変わります。



小学校低学年のうちは、具体的なもの(目に見えるもの)で考えることはできても、それを自分で抽象化することはまだ得意ではありません。大人とは違うのです。

「5cmと5」、「5gと5」は同じですか？

5 cm , 5 g はわかっても、“5はわからない”という方が、むしろ素直な感覚だと思いませんか？

§ 3数の実感 - その3単位の重要性

【例題 1】

1本 23cm の棒と 1本 12cm の棒があります。
ぴったりつなげたら何 cm になりますか？

【例題 2】

縦 4 cm , 横 6 cm の長方形があります。
面積はどのくらいになりますか？

〔解答〕

例題 1 では

$$\text{〔式〕 } 23 + 12 = 35 \qquad \text{答え . } 35 \text{ cm}$$

例題 2 では

$$\text{〔式〕 } 4 \times 6 = 24 \qquad \text{答え . } 24 \text{ cm}^2$$

が普通ですね。

だけど不思議です。2つとも、**なぜ数字に単位が無いんでしょうね？**

(いや、【例題2】については、まだわかりますよ。

文字式の計算が未^{みしゅう}習です。)

本来は、

例題1では

$$〔式〕 \quad 23 \text{ cm} + 12 \text{ cm} = 35 \text{ cm} \quad \text{答え} \cdot \quad \underline{35 \text{ cm}}$$

例題2では

$$〔式〕 \quad 4 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^2 \quad \text{答え} \cdot \quad \underline{24 \text{ cm}^2}$$

でなければ、おかしくないですか？ 23 と 23cm は違うことを表していますから。**式では単位が突如^{とつじょ}消えて、答えでまた突如現れる。**魔法にかかったようなものです。

じつはこの、**式に単位を付けない理由**を、生徒を使って、何回か学校の先生に質問させたことがあるんです。答えはすべて

“ そうなっているんだ！ ”

“ そういう約束なんだ！ ”



でした。

これじゃ納得できる子の方がおかしい。

方程式なら、“両辺を単位で割った(約分した)”と言ってもいいですがね。

小学生相手だから、ま、方便^{ほうべん}でも目くじら立てませんが、**単位のある数字が問題になっているとき**、**式に単位をつけない**(つまり、具象^{くしょう}の数字を抽象化した数字に変換)で式を作ることは、**子どもに了解させなければならない事項**であると思うのです。子どもは、考える段階では、具象^{くしょう}の数字(目に見える形)を使っていますから。

“なぜそんなことに、うるさく目くじらたてるのか？”

“おめえ、いちゃもんをつけとるのかい？”

こう反発されそう・・・

いえいえ、いちゃもんをつけているわけではありません。

もともとは単位が付いている数字(**量を表す数字**)と、もともと単位がついていない数字(**割合を表す数字**(後述))があるので、“**その区別**が明確に意識されるようになってから、はじめて単位の省略は行われた方が良い”と考えるからです。

足し算・引き算は同じ単位でしか計算できませんが、**かけ算・割り算では、異なる単位どうしの計算や、単位のある数字と単位のない数字の計算**が可能だからで、この意識は単位に敏感でないと育ちません。

〔例1〕

$2 \times 3 + 5 - 4 \div 2$... “どうしてかけ算や割り算を足し算、引き算より先にやるんでしょう？”

$2 \text{ cm} \times 3 + 5 - 4 \text{ cm} \div 2 \text{ cm}$...と、例を変えて単位をつけてあげれば

$2 \text{ cm} \times 3$ と $- 4 \text{ cm} \div 2 \text{ cm}$ はそのまま計算できますが、 $+ 5$ との計算は、 $(2 \text{ cm} \times 3)$ と $(- 4 \text{ cm} \div 2 \text{ cm})$ の計算が終わって、**その単位がどうなっているか**を待たなければ計算が可能かどうかわかりません。

やってみましょう。

$$2 \text{ cm} \times 3 + 5 - 4 \text{ cm} \div 2 \text{ cm} = 6 \text{ cm(長さ)} + 5(\text{単位無し}) - 2(\text{単位無し}) \\ = 6 \text{ cm} + 3$$

ここで終わり

長さとなだの数字は足し算できない

“ かけ算・割り算は足し算・引き算より先にやる！ ” っていうのは、単なる約束というより、**理屈**だったんですね。かけ算・割り算は元の数の性質を変えてしまう力も持っているんです。

かけ算・割り算の理解(文章題の立式)には、こんな事前能力を育てておくことが必要なんです。中学の方程式の文章題立式では、この能力がモロに露わになります。例えば、式を立てるときに時間と速さを足したり、面積と長さを足したりすることはあり得ませんよね。

中学数学ではもちろんのことですが、この能力が育っているかどうかは、高校数学で生命線になります。決して近視眼的な観点でモノを言っているわけではありません。例えば、「**微分**」なんぞは、割り算そのものですからね。

**無料ダウンロード版はココまでです。
続きは有料版をごらんください。**