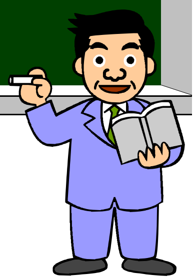
ご父兄専用　特別テキスト

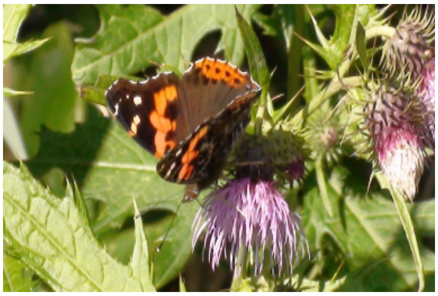
お父さん・お母さんのための

割　り　算　講　義



お子さんに「割り算の意味」を聞かれて…

答えられますか？



小6〜中学生レベル

高校生・大人にも好適

＜無料ダウンロード版＞

考える学習をすすめる会

学陽舎塾長　城内 貴夫　著

考える学習をすすめる会

http://www.kangaeru.org

は・じ・め・に

割り算にはいくつの意味があるかご存知ですか？　えっ、“ そんなこと考えたことがない！ ” ですって!?

学者さんのように細かく分類していけばそれこそきりがないかもしれません。私は、「**３つの意味**」が明確に区別されていれば、それでよいと考えています。本書でそれを明らかにします。

本書は子どもたちのための割り算講義ではなく、タイトルどおりに**お父さん・お母さんのための割り算講義**です。

“ どうして今さら？ ”

・・・・いえいえ、小学生のお子さんをお持ちなら、いずれお子さんに割り算についてきかれることがあるでしょう。

“ ねえねえ、$6 \div \dfrac{2}{3}$ ってどういう意味？

6を $\dfrac{2}{3}$ に分けるって・・・どういうこと？ ”

“ ねえねえ、分数での割り算って、「割る数の逆数をかければいい」って教わったけど、どうしてなの？

$6 \div \dfrac{2}{3}$ がどうして　$6 \times \dfrac{3}{2}$ になるの？ ”

こんなとき親子で一緒に考えられれば、もっと楽しくなりますね。“ お父さんすご～い！ ” とか、“ お母さん、すご～い！ ” なんて尊敬の眼差しを向けられるかもしれません。昔を思い出しながら、さぁ一緒にいかがですか？

目　次

第１講　割り算の表すモノ

その１…「等分除」・「包含除」

§１問題

“おい、１０÷２＝５　って
どんなことを表しているのか？”

こうきくと、**高校生**や**大人**でもほとんどの人は

“１０を２つに分けたら５になる”

って答えますよね。

きわめて**不正確な言い方**であると同時に、**この割り算が意味すること**を網羅(もうら)してはいません。反射的に小学校低学年で学んだことが出てきてしまうようです。

でも、**正確に思い出せるのなら、**

3・4年生で学んだ割り算では2つの使い分けをしていたはずです。

小学生のときはもっと**具体物**で考えました。

（１）10 個の飴玉(あめだま)を**2個ずつ等しく分けていく**と、
どうなりますか？

（２）10 個の飴玉を**2つのグループに等しく分けます。**
どうなりますか？

（１）と（２）では答えが違います。

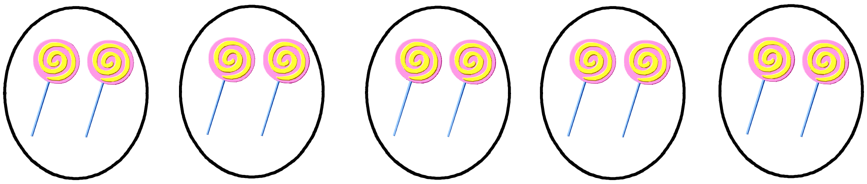
§２ 包含除（ほうがんじょ）

【(1)の解説】

全部で 10 個ある飴玉を 2 個，2 個，　・・・と分けていくと。

これは何を出そう(求めよう)としているのでしょうか？

現れたものは・・・・

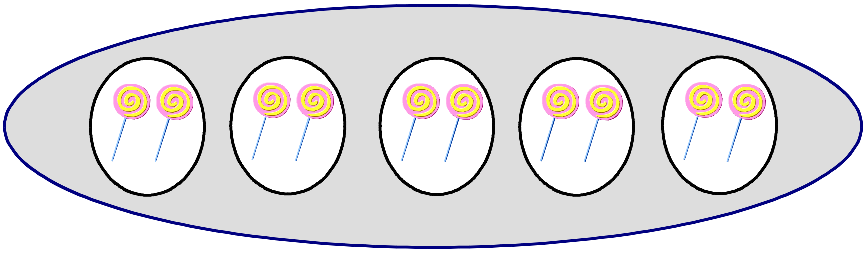


“ (飴玉を２個ずつ含む) ５つの**かたまり**！ ”

飴玉の個数ではなく、2 個ずつ等しく分けたときにできる**グループ数**になりました。この意味の割り算を**包含除**（ほうがんじょ）と呼んでいます。固まり(グループ数)を出したのに包含(含む)という名がついているのは、変だと思いませんか？

イメージをちょっと戻してみましょう。このように５グループに分けることができたということは・・・・

10個・・・２個×５を包含していた



「10 個(全体量)が 2 個ずつの固まりを５グループぶん(2 個の５倍)だけ包含していた(包み含んでいた)」ということになります。

（１）は 10 個÷ 2 個＝ 5 (グループ) 包　含　除	10 個＝ 2 個× 5

“ ２個ずつ何回引けるか？ ”という**引き算**になじみやすいです。

§ 3　等分除（とうぶんじょ）

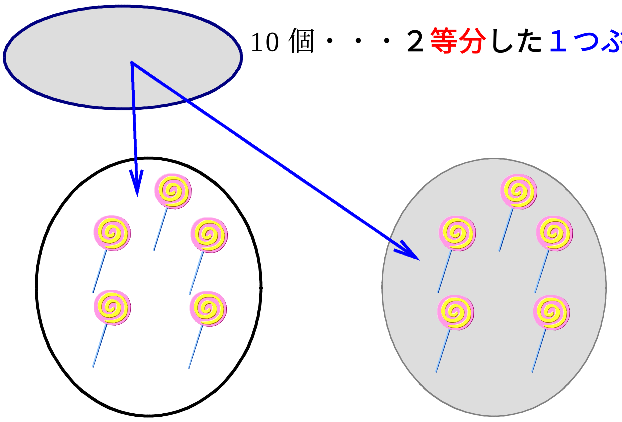
【(2)の解説】

全部で 10 個ある飴玉を 2 個ずつではなく、「２つのかたまりに**等**しく**分**ける」ということですね。

これは何を出そう(求めよう)としているのでしょうか？

現れたものは・・・・

10 個・・・２**等分**した**１つぶん**は５個



“ **１つのかたまりに入っている飴玉**が５つ！ ”

飴玉の個数、それも１つのグループ当たりに入る**個数**になりました。

全体量の 10 個を**2グループ**(かたまり)に等しく分けたら、１グループ(かたまり)に幾（いく）つ入るか、つまり 10 個を２**等分**したら**１つぶんは幾つ**を求めているので、これを**等分除**（とうぶんじょ）と呼んでいます。

（2）は 10 個÷ 2(グループ)＝ 5 個（まい）／(1 グループ)

等　分　除

「包含除と等分除の違い」、完全に感じ取ってくださいね！

§４　結局・・・

単位をつけると、　このように**意味の違い**がハッキリします。

（１）は「2 個ずつ等しく分けていく と**いくつのグループ**ができるか」、つまり「全体の 10 個は２個ずつをいくつ**包み含**んでいるか」ということで **包含除**,
（２）は「全体の 10 個を２つのグループに等分したら **1 グループ**(かたまり)に**何個の飴**が入るか」ということで**等分除**

と言っています。

『除』は除法(わりざん)の除です。

具体物で考える限り、 **割り算の意味** が変わってくるのです。
ここまでが**小学校３・４年生で習う割り算の２つの意味**です。

> この単位を外(はず)して、数字だけという完全な抽象物(ちゅうしょうぶつ)で考えるようにしたのが **10 ÷ 5 ＝ 2**　です。

具体物で考えてはいないので、**この割り算の意味**が「等分除」なのか「包含除」なのかは確定できません。

等分除かもしれないし、包含除かもしれない。 あるいは**どちらでもない第三の意味**なのかもしれない。　・・・・（ 思わせぶりの意味深(いみしん) ）

要するに、「10 ÷ 5 の意味」は、ここまでの知識ではわかりません。したがって、その計算結果の「＝ 2 の意味」もわからない。

“ 意味なんかわかんなくてもいいや!? ”

ってのも立派な見解ですよ。

単位が付かないまま「考える」というのは、低学年の子には

イメージできなくてつらいことのはずです。

で・・・小６になって

“ 少しは抽象（ちゅうしょう）思考（しこう）ができるようになっただろう ”

という判断の下、

第３の意味 がやっと登場します。

ところがこれの扱い方が・・・

第２講　ちょっと戻って
・・・数字って案外難しいんだよ！

§１数の実感ーその１実感できない数

第１講でいきなり等分除(とうぶんじょ)、包含除(ほうがんじょ)なんて言葉を持ち出しましたが、ここでその考えのもとになった**「数字」という得体(えたい)の知れないモノ**についてあらためて考えてみませんか。

大人にとっては当たり前のことであっても、**子どもにとっては当たり前ではないこと**ってたくさんありますよね。この講座も、タイトルはどうであれ、結局は**お父さん・お母さんのお子さんが割り算に強くなってもらうようにするための**、お父さん・お母さん向けなんです。

子どもの段階では何が難しいのか？

“わかっておいてあげなければ子どもがかわいそうだ”ということを知っておくのも、**コーチ役としては大切なこと**です。第３の意味に行く前に、子どものためにおつき合いくださいませ。

数学は「数(数字)」を扱う学問(勉強)です。**数量感覚**が無ければどうしようもありません。ところが、**「数」って案外難しい**と思いませんか？

“数ってな〜に？”　って質問されたら、
“ほら、１とか２，３，４，・・・・って続く、
あのことだよ。”

いえいえ、これでは説明になっていません。例を出しただけです。その後に、“〜(例)のように、**・・・・のことだよ**。”という言葉がつかなければダメです(→って、これ以上は深入りなのでカット)。

子どもにとって、数には「実感できる数」と「実感できない数」の２種類があると思うのです。こんな当たり前のことが意識されていないのは、今主流の算数学習の盲点かもしれません。

$$5 - 3 = 2$$
$$5 \times 3 = 15$$
$$10 \div 2 = 5$$

これは何を、どんなことを意味しているんでしょう？

“５ってなあに？，３ってなあに？，
５－３ってなあに？，
その答えがどうして２になるの？”

こんな質問をされたら、お父さん・お母さんはどう答えますか？

私がもしそんな質問をされたら即答(そくとう)します。

“う～ん、難しすぎて先生にもわからん。
許せ！”

本当にわからないものはわからないので、仕方ありません。

不思議なもので、機械的に計算できている子が、私のこの返事にびっくりしています。

中には

“先生、たいしたことないなぁ！”

なんて言うおませさんも出現

§２数の実感ーその２実感できる数

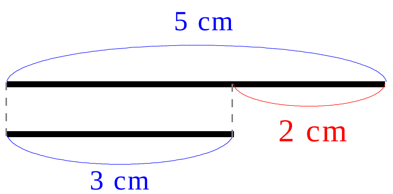
でも、その説明の仕方はあるんです。

“５－３はわからんけどね、次のような形なら、先生にもわかるよ。
例えばね、
５㎝－３㎝　とか　５g－３g　や　５㎝×３　５㎝×３㎝
ならわかるよ”
って。

子どもたちが実感できる数って何でしょう？

それは**単位がついた数字**なのではないでしょうか。

5 cm の長さを定規で作図し、そこから 3 cm の長さを取った場合、残りは何 cm になるか？



絵を描けば(作図すれば)**目**で確かめられますね。

このように、「長さ」や「広さ」、「重さ」や「かさ(容積)」「時間」など、**五感を通じて感じ取れる数字の大きさ**が「実感できる数」であり、ほとんど皆「**単位**」が付いています。

しかし、それでは数字の使える場面が限定されて**不便**です。
だから単位をとって抽象化（ちゅうしょうか）した数字が**単位の無い数字**です。
でもこうなると、それは「**実感できない数**」に変わります。

小学校**低学年**のうちは、**具体的なもの**(目に見えるもの)で考えることはできても、それを**自分で抽象化すること**はまだ得意ではありません。大人とは違うのです。

「5cmと5」,「5gと5」は同じですか？

5cm, 5g　はわかっても、“5はわからない”と言う方が、むしろ素直な感覚だと思いませんか？

§３数の実感－その３単位の重要性

【 例題 １ 】

1本23cmの棒と1本12cmの棒があります。 ぴったりつなげたら何cmになりますか？

【 例題 ２ 】

縦4cm, 横6cmの長方形があります。 面積はどのくらいになりますか？

〔解 答〕

例題１では

〔式〕　23 ＋ 12 ＝ 35　　　答え.　35cm

例題２では

〔式〕　4 × 6 ＝ 24　　　答え.　24 cm^2

が**普通**ですね。

だけど不思議です。２つとも、**なぜ数字に単位が無いんでしょうね？**

（いや、【例題２】については、まだわかりますよ。
文字式の計算が未習です。）

本来は、

例題１では

〔式〕　$23\,\mathrm{cm} + 12\,\mathrm{cm} = 35\,\mathrm{cm}$　　答え．　35cm

例題２では

〔式〕　$4\,\mathrm{cm} \times 6\,\mathrm{cm} = 24\,\mathrm{cm}^2$　　答え．　24cm²

でなければ、おかしくないですか？ 23 と 23cm は違うことを表していますから。**式では単位が突如消えて**、答えでまた突如現れる。**魔法**にかかったようなものです。

じつはこの、**式に単位を付けない理由**を、生徒を使って、何回か学校の先生に質問させたことがあるんです。答えはすべて

“ そうなっているんだ！ ”
“ そういう約束なんだ！ ”

でした。

これじゃ納得できる子の方がおかしい。
方程式なら、“ 両辺を単位で割った(約分した) ” と言ってもいいですがね。

小学生相手だから、ま、方便でも目くじら立てませんが、単位のある数字が問題になっているとき、式に単位をつけない(つまり、具象の数字を抽象化した数字に変換)で式を作ることは、**子どもに了解させなければならない事項**であると思うのです。子どもは、考える段階では、**具象の数字**（目に見える形）を使っていますから。

“ なぜそんなことに、うるさく目くじらたてるのか？ ”
“ おめぇ、いちゃもんをつけとるのかい？ ”

こう反発されそう・・・

いえいえ、いちゃもんをつけているわけではありません。

もともとは単位が付いている数字(**量を表す数字**)と、もともと単位がついていない数字(**割合を表す数字**(後述))があるので、“ **その区別**が明確に意識されるようになってから、はじめて単位の省略は行われた方が良い ” と考えるからです。

足し算・引き算は同じ単位でしか計算できませんが、**かけ算・割り算では**、異なる単位どうしの計算や、単位のある数字と単位のない数字の計算が可能だからで、この意識は単位に敏感でないと育ちません。

〔例１〕

$\boxed{2 \times 3 + 5 - 4 \div 2}$ …“ どうしてかけ算や割り算を足し算，引き算より先にやるんでしょう？ ”

↓

2 cm × 3 ＋ 5 － 4 cm ÷ 2 cm …と、**例を変えて単位をつけてあげれば**

2 cm × 3 と **－ 4 cm ÷ 2 cm** はそのまま計算できますが、＋ 5 との計算は、(2 cm × 3) と (－ 4 cm ÷ 2 cm) の計算が終わって、**その単位がどうなっているか**を待たなければ計算が可能かどうかわかりません。

やってみましょう。

2 cm × 3 ＋ 5 － 4 cm ÷ 2 cm ＝ 6 cm (長さ) ＋ 5 (単位無し) － 2 (単位無し)

＝ 6 cm ＋ 3

ここで終わり
長さとただの数字は足し算できない

“かけ算・割り算は足し算・引き算より先にやる！”ってのは、単なる約束というより、**理屈**だったんですね。かけ算・割り算は**元の数の性質を変えてしまう力**も持っているんです。

かけ算・割り算の理解(文章題の立式)には、こんな事前能力を育てておくことが必要なんです。**中学の方程式の文章題立式**では、**この能力**がモロに露(あら)わになります。例えば、式を立てるときに時間と速さを足したり、面積と長さを足したりすることはあり得ませんよね。

中学数学ではもちろんのことですが、この能力が育っているかどうかは、**高校数学で**生命線になります。決して近視眼的な観点でモノを言っているわけではありません。例えば、「微分(びぶん)」なんぞは、割り算そのものですからね。

※ 無料ダウンロード版はココまでです。
続きは有料版をごらんください。