

分数で割るのになぜその逆数を掛ければよいか ...小6後半,中学生以上向け説明

ウロコ先生

割り算の意味...小学生向きの説明では、割り算とは元の数をその割る数(部屋,箱)に詰め込んだとき、**一部屋(一箱)にいくつ入るのか**を問題にしているものだ、と説明しました。

この一部屋とか一箱というのは、早く言えば「単位量」ということなのです。なにやら難しそうな感じを持つかもしれませんが、そうではありません。

私たちは「単位量あたり」ということを日常生活でたくさん使っています。例えば時間・距離・速さの「速さ」がそうです。

〔例題〕

太郎君は5時間で20km歩きました。時速を出しなさい。

...という問題なら怖じ気づくとしても、きき方を変えて、「1時間ではどれだけ歩くことができますか？」というのなら簡単でしょう。

5時間	20km
↓ ÷ 5	↓ ÷ 5
1時間	4 km

「1時間で4km。このことをふつうは4km/時」と書きます。読み方は“4キロメートル・毎・じ” 1時間あたり4kmの距離であることを示します。これが「速さ」。単に4kmと書いたら、それは距離であって速さではありません。

$$20 \text{ km} \div 5 \text{ 時間} = \frac{20 \text{ km}}{5 \text{ 時間}}$$

分母を1時間にするために分子、分母を5で割る

$$= \frac{4 \text{ km}}{1 \text{ 時間}}$$

4 km / 時 と書く

つまり、「/」は分数の横線よこせん、時は(1)時(間)のことです。

単位たんいをとって一般化いっぱんかすると、割り算は「1あたり(分母が1)の量(分子)」だから、一旦分数いったんにして考えるとわかりやすい。

まず分数の形に

$$20 \div 5 = \frac{20}{5} \quad \begin{array}{l} \div 5 \\ \div 5 \end{array}$$

分母を1にするには、その分母と同じ数の5で割ればよい。

$$= \frac{4}{1}$$

$$= 4$$

$$20 \div 5 = \frac{20}{5} \quad \begin{array}{l} \times \frac{1}{5} \\ \times \frac{1}{5} \end{array}$$

言葉を換えれば、これは分母と分子に「5の逆数ぎゃくすう」を掛けると言ってもいい。

$$= \frac{4}{1}$$

$$= 4$$

分数で割る場合も^{りくつ}理屈はまったく同じです。

「1あたりの量... 1の中にいくつ入るか...分母が1の分数の分子」を計算することには変わりはありません。

$$20 \div \frac{3}{4} = \frac{20}{\frac{3}{4}}$$

このように分数を“^{はん}繁分数...(^{ふくざつ}複雑な分数)”と言います。
分母が $\frac{3}{4}$ ，分子が20の分数。
これを「分母が1の分数」にすることを考える

1にしたい!

$$= \frac{20 \boxed{}}{\frac{3}{4} \times \frac{4}{3}}$$

“それじゃあ、分子にも同じことを!”
“逆数を掛ければ分母が1になる”

$$= \frac{20 \times \frac{4}{3}}{\frac{3}{4} \times \frac{4}{3}}$$

$$= \frac{20 \times \frac{4}{3}}{1} \quad \text{----- } \frac{3}{4} \text{ の逆数}$$

で、^{けっきょく}結局、

$$20 \div \frac{3}{4} = 20 \times \frac{4}{3}$$

になりました!

分数で割ることが、なぜその分数の分母と分子がひっくり返った数、すなわち逆数を掛けることになるのか?

割り算とは「単位量(すなわち1)にどれだけ入れることができるのか」、つまり「分母が1になる分数の分子」を求めることだったのです。

ま・と・め

元の割り算を分数の形にすると、割られる数は分子に、割る数が分母に来ます。

$$\begin{array}{ccc}
 a \div b = \frac{a}{b} & 2 \div 5 = \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{7}} \\
 \text{この2つはこれで計算 終了} & &
 \end{array}$$

そして、その分母を1にするには分母の逆数を掛けます。分子には分母にしたのと同じことをしてあげなければ、分数全体の大きさが変わってしまいます。だから分子にも分母の逆数を掛ける。

$$\begin{array}{l}
 \frac{2}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{7}} \\
 = \frac{\frac{2}{5} \times \frac{7}{3}}{\frac{3}{7} \times \frac{7}{3}} \quad \frac{3}{7} \text{ の逆数...分母が1になれば、分子だけが残る} \\
 = \frac{\frac{2}{5} \times \frac{7}{3}}{1} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{3}
 \end{array}$$

分母が1になったので、分母の1は書きません。 $\frac{5}{1}$ とは書かず単に5とするのと同じです。

すると分子の所だけが残って、結局分数での割り算は、その逆数の掛け算に変身してしまうというわけです。この場合、割られる数は整数であろうが分数であろうが小数であろうが、何でもかまいません。

以上